

Министерство на образованието, младежта и науката

60. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, Първи ден, 12 март 2011 г.

Тема за 10. клас

Задача 1. Да се намерят всички стойности на реалните параметри a и b , за които неравенството $2|x^2 + ax + b| > 1$ няма решения в интервала $[1, 3]$.

Задача 2. Да се намерят всички прости числа p , за които съществуват взаимно прости естествени числа a и b , такива, че

$$p(a^2 + ab + b^2) = 1501(a + b).$$

Задача 3. Даден е изпъкнал четириъгълник $ABCD$, в който H_a е ортоцентър на $\triangle BCD$, H_b е ортоцентър на $\triangle CDA$, H_c е ортоцентър на $\triangle DAB$ и H_d е ортоцентър на $\triangle ABC$. Да се докаже, че ако правите AC и H_aH_c са успоредни, но не съвпадат, то правите BD и H_bH_d са успоредни.

Време за работа: 4 часа и 30 минути.