

Министерство на образованието,
младежта и науката

60. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, Втори ден, 13 март 2011 г.

Тема за 11. клас

Задача 4. Колко най-малко подмножества с три елемента на множеството $A = \{1, 2, \dots, 8\}$ трябва да се изберат така, че всеки два елемента на A да са едновременно елементи на поне едно от избраните множества?

Задача 5. Да се намерят всички функции $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такива, че за произволни x, y, z , е изпълнено неравенството

$$(f(x) + f(y) - 2f(xy)) \cdot (f(x) + f(z) - 2f(xz)) \geq 0.$$

Задача 6. Дадено е естествено число a . Да се докаже, че множеството от простите делители на редицата $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$, за която $x_n = n^{2^{2011}} - a^2$, е безкрайно.

Време за работа: 4 часа и 30 минути.