

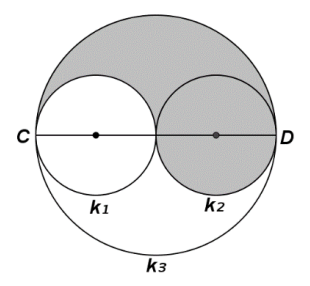
СМБ – Секция “Изток”
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 14.02.2021 г.
7 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 18 има само един правилен отговор от четири възможни (отбелязани с а), б), в), г)). На задачи 19. и 20. трябва да бъдат записани само отговорите, а задачи 21., 22. и 23. трябва да бъдат подробно решени. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 1 точка; задачи от 4 до 10 – с по 2 точки; задачи от 11 до 18 – с по 3 точки; задачи 19 и 20 – с по 7 точки; задачи 21, 22 и 23 – с по 15 точки. Максималният брой точки е 100. Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име..... училище..... град

1. Кръг има лице $49\pi \text{ cm}^2$. Дължината на окръжността, която загражда този кръг, е:
а) $3,5\pi \text{ cm}$ б) 7 cm в) $7\pi \text{ cm}$ г) $14\pi \text{ cm}$
2. В спортен магазин 7 топки и 8 гири струват 68 лева, а 8 топки и 7 гири струват 67 лева. Цената на една топка е:
а) 1 лев б) 3 лева в) 4 лева г) 5 лева
3. Ако $3x + 2y = 3$ и $2y - 3x = 2$, то стойността на израза $9x^2 - 4y^2 + 4y$ е:
а) -6 б) -1 в) 5 г) 6
4. На чертежа CD е диаметър на голямата окръжност k_3 , а окръжностите k_1 и k_2 имат равни радиуси $r = 3 \text{ cm}$. Намерете обиколката на заштрихованата част.
- 
- а) $6\pi \text{ cm}$ б) $9\pi \text{ cm}$
в) $12\pi \text{ cm}$ г) $18\pi \text{ cm}$
5. Върху една права трябва да се построят точките A, B, C и D така, че $AB = 7 \text{ cm}$, $BC = 3 \text{ cm}$ и $CD = 11 \text{ cm}$. Дължината на отсечката AD **НЕ** може да е равна на:
а) 1 cm б) 6 cm в) 15 cm г) 21 cm
6. Призма има m ръба и n стени. Ако $m + n = 22$, намерете броя на върховете на коя да е основа на призмата.
а) 5 б) 10 в) 11 г) 12
7. В една кутия са поставени 10 бели, 10 червени и 10 зелени топчета. Какъв най-малък брой топчета трябва да се извадят (без да се гледа цветът при изваждането), за да е сигурно, че измежду извадените има топчета от поне два цвята?
а) 3 б) 4 в) 11 г) 28
8. Колко от коефициентите в нормалния вид на многочлена $\frac{7}{4}(x - 1)^2 - \frac{5}{2}(x - 2)^2 + \frac{5}{4}(x - 3)^2$ са цели числа?
а) 3 б) 2 в) 1 г) 0
9. Стойността на израза $(2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)$ е равна на:
а) $2^{16} - 1$ б) $2^{16} + 1$ в) $2^8 + 2^4 + 2^2 + 3$ г) 2^{32}

10. Някои от 16-те клетки на квадратна таблица с 4 реда и 4 стълба трябва да бъдат оцветени. Колко най-много клетки могат да бъдат оцветени така, че измежду оцветените да няма две клетки с общ връх?

- а) 2 б) 4 в) 6 г) 8

11. Катеричката Кики тръгва от хралупата си, стига до орехово дърво, взема орех и се връща обратно за 54 секунди. Без орех катеричката бяга със скорост 4 m/s, а когато носи орех, бяга със скорост 2 m/s. Намерете разстоянието от хралупата на Кики до ореховото дърво. /Приема се, че вземането на орех не отнема време./

- а) 9 б) 18 в) 27 г) 72

12. Стойността на израза $\frac{2,5 \cdot 17,5^2 - 2,5^3}{3,7^2 + 7,4 \cdot 1,3 + 1,3^2}$ е:

- а) 1 б) 3 в) 10 г) 30

13. Равенството $x^3 - ax + 6 = (x - 1)(x - 2)(x + b)$ е тъждество при:

- а) $a = 0$ и $b = 1$ б) $a = -5$ и $b = -1$
в) $a = 11$ и $b = 3$ г) $a = 7$ и $b = 3$

14. За страните a, b и c на триъгълник е изпълнено равенството $ab + ac - b^2 - bc = 0$. За този триъгълник винаги е вярно, че е:

- а) равнобедрен б) равностраничен
в) правоъгълен г) разностранен

15. Най-малката възможна стойност на израза $(x - 1)^2 + (x + 1)^2 + 2$ е равна на:

- а) 2 б) 3 в) 4 г) 6

16. Уравнението $3|1 - 2x| - |8x - 4| = -7$ е еквивалентно на уравнението:

- а) $(x + 3)(x + 4) = 0$ б) $(x - 4)(x + 3) = 0$
в) $(2x - 1)^2 = -49$ г) $(2x + 1)^2 = 49$

17. Числата x и y са различни и е в сила равенството $x^2(y + 1)^2 = y^2(x + 1)^2$. Кое е вярното твърдение?

- а) $2xy + x + y = 0$ б) $3xy - x - y = 0$
в) $xy + 2x + 2y = 0$ г) $x = 0$ и $y = -1$

18. Иван трябвало да получи пощенски запис на определена стойност. При изплащане на записа касиерката сгрещила и му изплатила толкова лева, колкото стотинки трябвало да получи, и толкова стотинки, колкото лева трябвало да получи. След като си купил вестник за 50 стотинки, Иван забелязал, че останалите пари са точно три пъти повече от парите, които трябвало да получи. Колко пари е трябвало да получи Иван?

- а) 3 лв и 5 стотинки б) 6 лв и 2 стотинки
в) 16 лв и 33 стотинки г) 18 лв и 56 стотинки

19. Камион изминал разстоянието между два града за 5 часа, като се движел с постоянна скорост. Ако скоростта на камиона беше с 10 km/h по-голяма, той щеше да измине същото разстояние за 4 часа. На колко километра е равно разстоянието между двата града?

20. Ако m е средноаритметичното на неотрицателните корени на уравненията

$$2x^2 = x \quad \text{и} \quad \frac{|x-1|}{3} + \frac{|1-x|}{2} = \frac{5}{12},$$

то намерете и запишете стойностите на израза $M = 24m$.

На задачи 21., 22. и 23. напишете пълните решения с необходимите обосновки.

21. В правоъгълна координатна система с единична отсечка 1 cm са дадени точките $A(-a; 2)$, $B(5; b)$ и $C(4; 5)$, където a е стойността на израза $\frac{7^2 - 5^2}{2(5,1^2 - 5,1 \cdot 6,2 + 3,1^2)}$, а b е по-малкият от корените на уравнението $2 - |x - 1| = 1$.

- а) Намерете стойностите на a и b и запишете координатите на точка A и точка B .
- б) Постройте в координатната система точките A , B и C и $\triangle ABC$.
- в) Намерете лицето на $\triangle ABC$.

22. Дадени са уравненията

$$(1) \quad (x + 1)(x - 3) + 9 = 6x - x^2 \quad \text{и} \quad (2) \quad |6x - 3| - 12,5 = |0,5 - x|$$

- а) Решете уравненията.
- б) Ако p е произведението от корените на уравнение (1), а q е сборът от корените на уравнение (2), то сравнете стойността на израза $M = |p - q|$ с най-голямата стойност на израза $N = -y^2 - 4y - 1$.

23. Учител по математика трябвало да провери писмените работи на учениците си за определено време, като оценява по 50 работи на ден. Той обаче проверявал с 12% по-малко писмени работи на ден, поради което след определеното време му останали непроверени още 36 писмени работи.

- а) За колко време е трябвало да бъдат проверени писмените работи?
- б) Колко ученици са участвали в писменото изпитване?
- в) След като проверявал 2 дни по 40 писмени работи, учителят увеличил производителността си с $y\%$, за да приключи работа в рамките на определеното време. Намерете стойността на y .

Бланка за отговори – 14.02.2021 г.

Име.....

Училище.....

град.....

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
1	а	б	в	г
2	а	б	в	г
3	а	б	в	г

Брой верни отговори х 1 точка = точки

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
4	а	б	в	г
5	а	б	в	г
6	а	б	в	г
7	а	б	в	г
8	а	б	в	г
9	а	б	в	г
10	а	б	в	г

Брой верни отговори х 2 точки = точки

Зад. №	отг.	отг.	отг.	отг.
11	а	б	в	г
12	а	б	в	г
13	а	б	в	г
14	а	б	в	г
15	а	б	в	г
16	а	б	в	г
17	а	б	в	г
18	а	б	в	г

Брой верни отговори х 3 точки = точки

Зад.№	Резултат	точки
19		
20		

Зад.№	точки
21	
22	
23	

Общ брой точки:

Проверил:.....