

Трето национално Е-състезание по математика
„Роман Хайнацки” — 2012 г.
29.01.2012

Тема за шести клас

6.1. Един селски кмет подписва договор с фирма за сеч в общинската гора. Съселяните протестират, защото смятат, че сечта унищожава гората. Кметът ги успокоява: „В гората 99% от дърветата са борове, а фирмата няма да сече от останалите 1% видове дървета. Когато сечта приключи, борове ще бъдат 98% от всички дървета. От 99% на 98%, какво толкова?” Колко процента от дърветата в гората спрямо общия им брой ще бъдат изсечени?

6.2. Квадрат със страна 10 е разделен на 9 правоъгълника чрез две хоризонтални и две вертикални прави. Централният правоъгълник е с размери 1×2 . Намерете сумата от лицата на четирите правоъгълника, които имат общ връх с квадрата.

6.3. Дадени са десет червени точки $Ч_1, Ч_2, \dots, Ч_{10}$ и десет сини точки $С_1, С_2, \dots, С_{10}$. Най-близката синя точка до червената $Ч_1$ е $С_1$, най-близката синя точка до червената $Ч_2$ е $С_2$ и т. н.; най-близката синя точка до червената $Ч_{10}$ е $С_{10}$. Може ли точките да са подредени така, че най-близката червена точка до синята $С_1$ да не е $Ч_1$, най-близката червена точка до синята $С_2$ да не е $Ч_2$ и т. н.; най-близката червена точка до синята $С_9$ да не е $Ч_9$?

6.4. Всички нечетни прости числа са подредени по големина в редица: 3, 5, 7, 11, 13, $\dots$. Събираме две съседни числа в редицата и разлагаме сумата им на прости множители, например $3 + 5 = 2.2.2$, $5 + 7 = 2.2.3$, $7 + 11 = 2.3.3$, $11 + 13 = 2.2.2.3$, $37 + 41 = 2.3.13$. В тези примери разлаганията съдържат поне три множителя, по-големи от 1.

Покажете, че сумата на *всеки* две последователни нечетни прости числа може да се представи като произведение на три или повече множители, по-големи от 1 (не непременно различни).