

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ХІІ КЛАС

07.12.2025 г.

Задача 1.

Даден е остроъгълният $\triangle ABC$, за който $AB=\sqrt{2}$ и $AC=\sqrt{3}$. Точка M лежи на описаната окръжност около $\triangle ABC$, така че $\angle BAM=30^\circ$ и $\angle CAM=45^\circ$.

А) Намерете радиуса R на описаната окръжност около $\triangle ABC$.

Б) Намерете дължината на отсечката AM и ъгъла между AM и BC .

Задача 2. Дадена е триъгълната пирамида $ABCD$, за която е изпълнено $AD=BD=CD=2$ и $\angle ADB=60^\circ$, $\angle ADC=\angle BDC=90^\circ$.

А) Да се намери обемът V на пирамидата.

Б) През точка M от ръба AD е построена равнина α , успоредна на ръбовете CD и AB .

Намерете най-голямата стойност на лицето на сечението на пирамидата с равнината α .

Задача 3.

А) Да се реши уравнението $\sqrt[3]{x+40} - \sqrt{x-20} = 2$

Б) Даден е полиномът $P(x) = 2x^4 - a^2x^3 + (3a+5)x^2 - a^2x + 2$. Намерете положителните стойности на параметъра a , за които уравнението $P(x) = 0$ има точно три положителни корена. Решете неравенството $P(x) \geq 0$ при $a = 3$.

Всяка задача се оценява със 7 точки.

За областен кръг се класират учениците, получили не по-малко от 16 точки.

Време за работа – 4 часа. Желает Ви успех!