

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

07.12.2025 г.

X КЛАС

1. Задача.

А) Намерете стойността на параметъра a , ако е изпълнено $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = a + \sqrt{3}$.

Б) Решете уравнението: $\sqrt{\frac{x^2+5x-6}{x}} + \sqrt{\frac{x^2-5x-6}{x}} = \sqrt{10}$.

В) Намерете за коя стойност на параметъра m множествата от решенията на неравенствата $x^2 - (3 - m)x - 3m \leq 0$ и $|x - 5| \leq 2$ съвпадат.

2. Задача. А) За редицата $\{a_n\}$ е изпълнено $a_1 = 2026$ и

$$a_{(n+1)} = \begin{cases} \frac{a_n}{5}, & \text{ако } a_n \text{ се дели на } 5 \\ a_n - 2, & \text{ако } a_n \text{ не се дели на } 5 \end{cases}.$$

Да се намерят последният положителен член на редицата и номера му.

Б) За аритметична прогресия е дадено, че $\begin{cases} a_2 + a_1 = 8 \\ a_1 \cdot a_3 - a_2^2 = -4 \\ S_n - n = 42 \end{cases}$. Да се намерят първият член, разликата и n на аритметичната прогресия.

3. Задача. Дадена е окръжност с център O и $R = 8 \text{ cm}$. През външна, за окръжността, точка M е построена допирателната $MA = 6 \text{ cm}$. От точка A е построена права, перпендикулярна на MO , която пресича за втори път окръжността в точка B .

А) Намерете дължините на частите, на които се дели диаметърът на окръжността QP (където точка Q е първата пресечна точка на MO и окръжността, а точка P е втората пресечна точка на MO и окръжността) от AB ;

Б) Намерете лицето на $\triangle ABQ$;

В) Намерете дължината на PB .

Всяка задача се оценява със 7 точки.

За областен кръг се класират учениците, получили не по-малко от 16 точки.

Време за работа – 4 часа. Желая Ви успех!