

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА 75-ТА НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

06.12.2025 г.

ТЕМА ЗА XI КЛАС

Задача 1.

А) Пресметнете $A = \sqrt[6]{3 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$ **3 точки**

Б) Намерете допустимите стойности и опростете израза

$$M = \frac{(x\sqrt[3]{x} - y\sqrt[3]{y})(x + y)}{(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})^2 \cdot (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2})(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})}$$

4 точки

Задача 2. Вписаната в тъпоъгълния $\triangle ABC$ окръжност се допира до най-голямата му страна AB в точка P , като $AP = 5$ и $BP = 9$. Ако радиусът на описаната около $\triangle ABC$ окръжност е $R = \frac{14\sqrt{3}}{3}$, намерете дължините на страните AC и BC и на ъглополовящата на $\sphericalangle ACB$ в $\triangle ABC$.

7 точки

Задача 3. Дадени са полиномите $P(x) = x^3 - 13x^2 + 55x - 75$ и

$$Q(x) = -2x^3 + 21x^2 + (a-60)x + b - 2a + 16.$$

Най-малкият корен на уравнението $P(x) = 0$ е корен и на уравнението $Q(x) = 0$, а остатъкът от делението на $Q(x)$ с двучлена $G(x) = x - 4$ е равен на 15.

А) Намерете стойностите на коефициентите a и b и разложете $P(x)$ и $Q(x)$.

5 точки

Б) Решете неравенството $P(x) \cdot Q(x) > 0$.

2 точки

Време за работа – 4 астрономически часа.

За участие в областния кръг се класират ученици, които са получили не по-малко от 16 точки на общинския кръг.

Желаем Ви успех!