

Моят изпит по математическа текстообработка

Людмил Владимиров Йовков

8 юни 2012 г.

Съдържание

1	Формула на Лайбниц	1
2	Комплексни числа	1
3	Теорема за резидуумите	2
4	Гама функция	2

Увод

Формула (1) би трябвало да е известна на всеки студент по математика, а материалът в §2 и §3 е взет от [1].

1 Формула на Лайбниц

Производната от n -ти ред на произведението на функциите $f(x)$ и $g(x)$ се пресмята по формулата

$$(1) \quad \frac{d^n}{dx^n}[f(x)g(x)] = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} f^{(i)}(x)g^{(n-i)}(x).$$

2 Комплексни числа

За намиране на сумата

$$S = \cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11}$$

последователно пресмятаме

$$\begin{aligned}
 S &= \operatorname{Re} \left(e^{i\frac{\pi}{11}} + e^{i\frac{3\pi}{11}} + e^{i\frac{5\pi}{11}} + e^{i\frac{7\pi}{11}} + e^{i\frac{9\pi}{11}} \right) = \operatorname{Re} e^{i\frac{\pi}{11}} \frac{1 - \left(e^{i\frac{2\pi}{11}} \right)^5}{1 - e^{i\frac{2\pi}{11}}} \\
 (2) \quad &= \operatorname{Re} \frac{e^{i\frac{\pi}{11}} - e^{i\frac{11\pi}{11}}}{1 - e^{i\frac{2\pi}{11}}} = \operatorname{Re} \frac{e^{i\frac{\pi}{11}} + 1}{1 - e^{i\frac{2\pi}{11}}} = \operatorname{Re} \frac{1}{1 - e^{i\frac{\pi}{11}}} = \operatorname{Re} \frac{e^{-i\frac{\pi}{22}}}{-2i \sin \frac{\pi}{22}} = \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

3 Теорема за резидуумите

Теорема 1 (за резидуумите) Нека $D \subset \mathbb{C}$ е ограничена крайно свързана област и f е холоморфна в околност на $\overline{D}$ с изключение на краен брой особени точки $a_1, a_2, \dots, a_n$ в D . Тогава

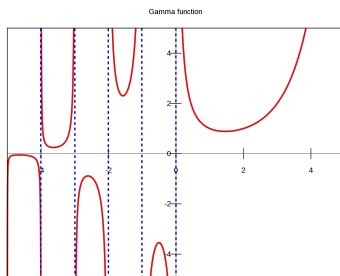
$$\int_{\partial D} f(z) \, dz = 2\pi i \sum_{k=1}^n \operatorname{Res}(f; a_k).$$

4 Гама функция

Гама функцията $\Gamma(z)$ се дефинира като

$$(3) \quad \Gamma(z) \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^z n!}{z(z+1) \cdots (z+n)} \equiv \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} \, dt.$$

Графиката на Γ -функцията е показана на фиг. 1.



Фигура 1: Гама функция

Литература

- [1] Бояджиев П., Хаджийски В., *Комплексен анализ. Ръководство*. София, Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, 2004