

ТЕМА 1

Задача 1. Дадена е функцията

$$f(x) = 5^{1+x} + 5^{1-x}$$

а) Да се реши уравнението $f(x) = 10$. (2 т.)

б) Да се реши неравенството $f(x) > 26$. (2 т.)

в) За кои стойности на параметъра a уравнението $f(x) = a$ има решение? (2 т.)

Задача 2. В правоъгълния триъгълник ABC с прав ъгъл при върха C означаваме: дължината на височината CH с h , дължината на радиуса на вписаната окръжност с r и мярката на ъгъла при върха A с α .

а) Да се пресметне отношението h/r , ако $\alpha = 45^\circ$. (2 т.)

б) Да се пресметне ъгъла α , ако CH разполовява ъглополовящата на $\angle BAC$. (2 т.)

в) Да се докаже, че

$$\frac{h}{r} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha - 1}$$

и че $2r < h \leq r(1 + \sqrt{2})$. (3 т.)

Задача 3. Дадена е правилна триъгълна пирамида $ABCD$ с връх D , дължина на височината DH , равна на $2\sqrt{3}a$ и дължина на радиуса AH на описаната около основата окръжност, равна на $2a$.

а) Да се докаже, че обемът на пирамидата е равен на $6a^3$. (2 т.)

б) Да се докаже, че дължината на радиуса DO на описаната около пирамидата сфера е равна на $4a/\sqrt{3}$ (2 т.)

в) Нека γ е равнината, минаваща през точките A , B и центъра O на описаната около пирамидата сфера. Да се намери разстоянието от точка D до равнината γ . (3 т.)

Максималният брой точки е 20. Оценката се определя по методика на УАСГ.

Зам. ректор:

доц. д-р арх. Недялко Бончев

ТЕМА 2

Задача 1. Дадена е функцията

$$f(x) = 6^{1+x} + 6^{1-x}$$

а) Да се реши уравнението $f(x) = 12$. (2 т.)

б) Да се реши неравенството $f(x) > 37$. (2 т.)

в) За кои стойности на параметъра a уравнението $f(x) = a$ има решение? (2 т.)

Задача 2. Точките A_1 и B_1 лежат съответно върху страните AC и BC на $\triangle ABC$ с лице S , като $A_1B_1 \parallel AB$. Нека

$$x = \frac{|CA_1|}{|A_1A|} > 0$$

а) Да се докаже, че

$$\frac{|A_1B_1|}{|AB|} = \frac{x}{x+1}$$

и да се пресметне x , ако $2S_{CA_1B_1} = S_{CAB}$. (2 т.)

б) Да се изрази x чрез страните на $\triangle ABC$, ако в четириъгълника ABB_1A_1 може да се впише окръжност. (2 т.)

в) Да се изрази произведението $S_{BB_1A} \cdot S_{A_1B_1C}$ като функция $F(x)$ на x и да се намери най-голямата стойност на $F(x)$. (3 т.)

Задача 3. Даден е правоъгълен паралелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в който $|AB|/|BC| = \lambda$ и диагоналното сечение $BB_1 D_1 D$ е квадрат с дължина на страната b .

а) Да се пресметне обема на паралелепипеда. (2 т.)

б) Да се пресметне ъгъла между равнината ABC_1 и правата AC , ако $\lambda = \sqrt{2}$. (2 т.)

в) Да се пресметне косинуса на ъгъла между правите AB_1 и BD_1 , ако $\lambda = 1$. (3 т.)

Максималният брой точки е 20. Оценката се определя по методика на УАСГ.

Зам. ректор:

доц. д-р арх. Недялко Бончев

ТЕМА 3

Задача 1. Дадена е функцията

$$f(x) = 7^{1+x} + 7^{1-x}$$

а) Да се реши уравнението $f(x) = 14$. (2 т.)

б) Да се реши неравенството $f(x) > 50$. (2 т.)

в) За кои стойности на параметъра a уравнението $f(x) = a$ има решение? (2 т.)

Задача 2. Точките P и Q лежат съответно върху страните AC и BC на $\triangle ABC$ с лице S , като $PQ \parallel AB$. Нека

$$x = \frac{|CP|}{|PA|} > 0$$

а) Да се докаже, че

$$\frac{|PQ|}{|AB|} = \frac{x}{x+1}$$

и да се намери x , ако $2S_{CPQ} = S_{CAB}$. (2 т.)

б) Да се изрази x чрез страните на $\triangle ABC$, ако в четириъгълника $ABQP$ може да се впише окръжност. (2 т.)

в) Да се изрази произведението $S_{BQA} \cdot S_{PQC}$ като функция $F(x)$ на x и да се намери най-голямата стойност на $F(x)$. (3 т.)

Задача 3. Даден е правоъгълен паралелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в който $AB/BC = \lambda$ и диагоналното сечение $BB_1 D_1 D$ е квадрат със страна b .

а) Да се пресметне обема на паралелепипеда. (2 т.)

б) Да се пресметне ъгъла между равнината ABC_1 и правата AC при $\lambda = \sqrt{2}$. (2 т.)

в) Да се пресметне косинуса на ъгъла между правите AB_1 и BD_1 при $\lambda = 1$. (3 т.)

Максималният брой точки е 20. Оценката се определя по методика на УАСГ.

Зам. ректор:

доц. д-р арх. Недялко Бончев