

Министерство на образованието и науката
Съюз на математиците в България

63. Национална олимпиада по математика
Областен кръг, 30 март 2014 г.

ТЕМА ЗА 9. КЛАС

Задача 1. Да се реши уравнението $\sqrt{6-x} = 6-x^2$.

Задача 2. Даден е $\triangle ABC$ с център на вписаната окръжност I . Окръжност с център I минава през върха C и пресича страната AB във вътрешни точки M и N . Да се докаже, че $\angle MCN < 60^\circ$.

Задача 3. Да се намерят всички естествени числа n , за които числото

$$A = n(n+2)(n+3)(n+5)$$

има точно три различни прости делителя. (Някои от простите делители на A могат да делят A и с по-висока от първа степен.)

Задача 4. За дадено множество S от 2014 точки в равнината нека ℓ е минималното естествено число, за което съществуват ℓ прави, такива, че всяка точка от S лежи върху някоя от тях. Нека c е минималното естествено число, за което съществуват c окръжности, такива, че всяка точка от S лежи върху някоя от тях. Съществува ли множество S , за което:

а) $\ell = 15$ и $c = 67$;

б) $\ell = 19$ и $c = 53$?

Време за работа: 4 часа и 30 минути.