



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА
ВТОРО РАВНИЩЕ
21 ЮНИ 2015 г.

ТЕМА 3

Задача 1. Да се реши уравнението $(x^2 - 10x + 24)\sqrt{5 - x} = 0$.

Задача 2. В правоъгълен триъгълник отношението между радиусите на вписаната и описаната окръжности е $2:5$. Да се намери лицето на триъгълника, ако е известно, че периметърът му е равен на 12.

Задача 3. Да се реши неравенството $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 7x + 12) - \log_{\frac{1}{5}}(x - 1) - \log_{\frac{1}{5}}(x + 1) \geq 0$.

Задача 4. В успоредника $ABCD$ точките M и N лежат съответно на страните AB и CD . Да се намери лицето на успоредника, ако е известно, че $AC + BD = 10 + 2\sqrt{5}$, а четириъгълникът $MBND$ е квадрат с лице, равно на 10.

Задача 5. Правилната триъгълна пресечена пирамида $ABCA_1B_1C_1$ има основни ръбове $AB = 24$ и $A_1B_1 = 6$, а мярката на двустенния ъгъл при основата ABC е 45° . Да се намери обемът на пирамидата.

Задача 6. Да се намери най-малката стойност на функцията
$$f(x) = \cos x \sin 2x - \cos 2x - 2 \sin x - 1.$$

Задача 7. В равнобедрения триъгълник ABC ($AC = BC$) окръжността, имаща за диаметър вътрешната ъглополовяща AL ($L \in BC$), минава през средата на бедрото AC . Точките O и O_1 са съответно центровете на описаните около триъгълниците ALC и ABL окръжности. Да се намери дължината на отсечката OO_1 , ако радиусът на описаната около триъгълника ABC окръжност има дължина 7.

Задача 8. Дадена е функцията $f(x) = x^2 + ax + 1$, където a е реален параметър. Да се намерят стойностите на a , за които за всеки три числа x , y и z от интервала $[0, 1]$ числата $f(x)$, $f(y)$ и $f(z)$ са дължини на страните на някакъв триъгълник.

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- *номерируйте всички страници на беловата си;*
- *решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

Изпитната комисия Ви пожелава успешна работа!