

LXV НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
12.12.2015 г.

X клас

Задача 1. Графиките на функциите $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = 9 - x$ се пресичат в точките A и B . Графиката на $f(x)$ е парабола с връх точка $D(2,5; -2,25)$ и минава през точка $M(0; 4)$.

- а) Намерете стойностите на коефициентите a , b и c .
б) Намерете лицето на триъгълник ABD .

7 точки

Задача 2.

- а) Намерете сбора от целите числа, които са решения и на двете неравенства:

$$\frac{(x^2 - 10x + 16)(x^2 + x + 3)}{3x^2 - 7x + 2} \leq 0 \quad \text{и} \quad -1 \leq \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \leq 1;$$

- б) Намерете стойностите на реалния параметър a , за които за реалните корени на уравнението $x^2 + (a + 2)x - a + 1 = 0$ е изпълнено $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \leq 2$.

7 точки

Задача 3. Дадено е уравнението $x^2 - 3tx + t^2 - 4 = 0$, където t е реален параметър. Да се намерят стойностите на t , при които уравнението има два различни реални корена x_1 и x_2 такива, че $|x_1 - 1| \leq 1$ и $|x_2 - 1| \geq 1$.

7 точки

*Време за работа – 4 часа.
Желаем Ви успех!*