

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2016 г.
8 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един правилен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех

Име.....училище.....град.....

1. Най-малкият от корените на уравненията $3x^2 + 2x = 0$; $x^2 - 2 = 0$ и $6x^2 + 5x + 1 = 0$ е:

- A) $-\frac{1}{2}$ Б) $-\frac{1}{3}$ В) $-\sqrt{2}$ Г) друг отговор

2. Стойността на израза $\left(\frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}}\right) : \sqrt{2}$ е:

- A) $\sqrt{2}$ Б) $-\sqrt{2}$ В) 2 Г) друг отговор

3. Ако (-1) е корен на квадратното уравнение $px^2 - x - 3 = 0$, то другият корен е:

- A) 2 Б) $-\frac{3}{2}$ В) $\frac{3}{2}$ Г) друг отговор

4. Ани и Стефи празнуват рождения си ден заедно. Ани познава $\frac{4}{5}$ от гостите на празника, а

Стефи познава $\frac{3}{5}$ от гостите на празника. Всеки гост познава поне едно от двете момичета,

а точно 6 гости познават и двете момичета. Гостите на празника са:

- A) 15 Б) 20 В) 25 Г) друг отговор

5. Точка M е средата на страната CD на успоредника $ABCD$ такава, че $AM = AD$. Ако AC е ъглополовяща на $\angle MAB$ и $P_{ABCD} = 36$ cm, то периметърът на $\triangle AMD$ е:

- A) 24 cm Б) 15 cm В) 12 cm Г) друг отговор

6. Едно естествено число не надминава 2017 и при деление с 3 дава остатък 1, а при деление с 5 дава остатък 2. Сборът от цифрите на най-голямото такова число е:

- A) 4 Б) 26 В) 9 Г) друг отговор

7. Най-малкото цяло число, по-голямо от $\sqrt{11-6\sqrt{2}} - \sqrt{12+8\sqrt{2}}$ е:

- A) -3 Б) -4 В) -2 Г) друг отговор

8. Отсечките CM и CH са съответно медиана и височина към хипотенузата на правоъгълния $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$; $\angle A = 30^\circ$). Векторът $\overrightarrow{MH}$ изразен чрез $\overrightarrow{CA}$ и $\overrightarrow{CB}$ е:

- A) $\overrightarrow{MH} = \frac{\overrightarrow{CB}}{4} + \frac{\overrightarrow{CA}}{4}$ Б) $\overrightarrow{MH} = \frac{\overrightarrow{CB}}{4} - \frac{\overrightarrow{CA}}{4}$ В) $\overrightarrow{MH} = \frac{\overrightarrow{CB}}{2} - \frac{\overrightarrow{CA}}{2}$ Г) друг отговор

9. Точките M и P лежат съответно на страните AB и CD на правоъгълника $ABCD$ така, че $CM \perp BD$ и $AP \perp BD$. Ако $AMCP$ е ромб, то ъгъл ACB е:

- A) 45° Б) 54° В) 72° Г) друг отговор

10. Параход изминава разстоянието между две пристанища по течението на река за 3 h 15 min, а срещу течението - за 4 h 20 min. Да се намери разстоянието между двете пристанища, ако скоростта на течението на реката е 3 km/h. За колко секунди параходът изпревари танкер, който се е движил по течението на реката със скорост 15 km/h, ако дължината на парахода е 25 m, а на танкера - 50 m.

КМС 10.12.2016 г.

8 клас

Отговори: 1 – в); 2 – б); 3 – в); 4 – а); 5 – г) 18; 6 – г) 10 ; 7 – а); 8 – б); 9 – г) 60°

10 зад. $S = 78 \text{ km}$ $t = 30 \text{ сек.}$

Решения:

По течението на реката параходът се движил $3\frac{1}{4} = \frac{13}{4}$ часа 0,5т

а срещу течението- съответно $4\frac{1}{3} = \frac{13}{3}$ часа. 0,5т

Ако x е скоростта на парахода в спокойна вода, то по течението на реката , той е

е изминал $\frac{13}{4}(x+3) \text{ km}$, 2т

а срещу течението - съответно $\frac{13}{3}(x-3) \text{ km}$. 2т

Имаме $\frac{13}{4}(x+3) = \frac{13}{3}(x-3)$, 1т

откъдето $x = 21 \text{ km/h}$. 2т

Разстоянието между двете пристанища е $S = \frac{13}{4}(21+3) = 78 \text{ km}$. 1т

-----P-----Q-----R-----T-----

Нека $t \text{ сек}$ времето, за което параходът е изпреварил танкера. 1т

За това време параходът изминал $PT = PQ + R + RT$, 1т

където $PQ = 50 \text{ m} = 0,050 \text{ km}$ (дължината на танкера), $QR = 15t$ (пътят на танкера).

$RT = 25 \text{ m} = 0,025 \text{ km}$ (дължината на парахода). 1т

Освен това $PT = 24t$, защото скоростта на парахода по течението е 24 km/h . 1т

Тогава $0,050 + 15t + 0,025 = 24t$, 1т

откъдето $t = 30 \text{ сек.}$ 1т