

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2016г.

11 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 9 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите от 1 до 3 се оценяват с по 3 точки, задачите от 4 до 6 се оценяват с по 5 точки, задачите от 7 до 9 се оценяват с по 7 точки. Задача 10 се решава подробно и се оценява с 15 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

Зад 1. Кое неравенство не е вярно?

- а) $2^3 > (\frac{1}{2})^2$ б) $\sqrt{2} < 2,5^2$ в) $(\sqrt{3})^{-2} > 1$; г) $2^{-\pi} < 3^{\sqrt{2}}$

Зад 2. Общият член на редицата 0, 3, 8, 15, 24, 35... е:

- а) $a_n = n-1$ б) $a_n = n^2 + 1$; в) $a_n = 2n-1$; г) $a_n = n^2 - 1$

Зад 3. Триъгълник ABC е със страни 7, 6, 3. Триъгълникът е:

- а) остроъгълен б) тъпоъгълен в) правоъгълен г) не може да се определи

Зад 4. Ако $\log_x 9\sqrt{3} = \frac{5}{2}$, то x е:

- а) 3 б) 5 в) $\frac{5}{2}$ г) друг отговор.

Зад 5. Кое от числата може да бъде вероятност на събитие?

- а) $\cos \frac{3\pi}{4}$ б) 2^{-2} в) $\sqrt{2}$; г) $\log_5 \frac{1}{5}$

Зад 6. Дадена е функцията $f(x) = 3x + 1$. Определена x така, че редицата $f(1); f(2); f(x)$ да е геометрична прогресия:

- а) $\frac{3}{2}$ б) 5 в) 3 г) друг отговор.

Зад 7. В геометрична прогресия $a_1, a_2, a_3, \dots$ имаме $a_4 \cdot a_8 = 27$. Числото a_6 е равно на:

- а) $3\sqrt{3}$ б) $-3\sqrt{3}$ в) $-4\sqrt{3}$ г) друг отговор

Зад 8. Диагоналите на ромб с лице 100cm^2 и ъгъл 30° са:

- а) $10(\sqrt{3} \pm 1)$ б) $10(\sqrt{2} \pm 1)$ в) 10 и 12 г) друг отговор

Зад 9. В триъгълник с ъгъл 120° , дължините на страните образуват аритметична прогресия с разлика 2. Страните са:

- а) 2, 3, 5 б) 5, 7, 11 в) 3, 5, 7; г) друг отговор.

Зад 10. В ъгъл, равен на 60° , са вписани 5 кръга така, че всеки следващ се допира до предхождащия го. Определете колко пъти общото лице на петте кръга е по-голямо от лицето на най-малкия от тях.

Отговори 11 клас

1. В; 2. Г; 3. Б; 4. А 5. Б 6. Г $\frac{15}{4}$ 7. Г ($\pm 3\sqrt{3}$) 8. А 9. В

Решение 10 зад.:

Чертеж

1 точка

$$\frac{\pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi r_3^2 + \pi r_4^2 + \pi r_5^2}{\pi r_1^2} = ?$$

$$\frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2 + r_5^2}{r_1^2} = ?$$

2 точки

$$\text{От } \square AO_1O_2 \Rightarrow 2AO_2 = O_1O_2 \Rightarrow 2(r_2 - r_1) = r_1 + r_2 \Rightarrow r_2 = 3r_1$$

3 точки

Аналогично $r_3 = 3r_2 = 9r_1$, следователно радиусите образуват геометрична прогресия с първи член r_1 и частно $q = 3$

4 точки

От тук следва, че редицата от квадратите на радиусите също е геометрична прогресия с първи член r_1 и частно $q = 9$

3 точки

$$S_5 = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{r_1^2(9^5 - 1)}{8} = 7381r_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_5}{r_1^2} = 7381$$

2 точки

Ваня Цветкова, Елизабет Игова
Гр. Перник