



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“  
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА  
ВТОРО РАВНИЩЕ  
22 ЮНИ 2014 г.

ТЕМА 2

**Задача 1.** Да се намери най-голямото цяло число, което е решение на неравенството  $\frac{8x+5}{4} - \frac{1}{2} \left( 2 - \frac{3-2x}{3} \right) \geq 2x + \frac{5}{6}$ .

**Задача 2.** Даден е правоъгълен триъгълник  $ABC$  с прав ъгъл при върха  $C$ , радиус на описаната окръжност  $R = 6,5$  и радиус на вписаната окръжност  $r = 2$ . Да се намери лицето на триъгълника.

**Задача 3.** Да се реши уравнението  $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x+2} = 4$ .

**Задача 4.** Даден е трапец, вписан в окръжност, с основи с дължини 12 и 20. Да се намери дължината на бедрото, ако центърът на описаната окръжност лежи на голямата основа на трапеца.

**Задача 5.** Дадено е уравнението  $x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 4 = 0$ , където  $a$  е реален параметър. Ако  $x_1$  и  $x_2$  са реалните корени на уравнението, да се намери най-малката стойност на сбора  $S = x_1^3 + x_2^3$ .

**Задача 6.** Даден е равнобедрен триъгълник с лице 9 и страна с дължина 6. Да се намери периметърът на триъгълника.

**Задача 7.** Основата на триъгълна пирамида  $ABCD$  е равнобедрен триъгълник  $ABC$ , за който  $AB = 8$  и  $AC = BC = 4\sqrt{5}$ . Околният ръб  $CD$  е перпендикулярен на равнината на основата и  $CD = 6$ . Да се намери радиусът на описаната около пирамидата сфера.

**Задача 8.** Дадена е функцията  $f(u) = 2^u \cdot \log_3(u+2)$ . Да се намерят всички стойности на реалния параметър  $a$ , за които уравнението  $f((x-1)^2) = f(2|x-a|)$  има точно три различни реални решения.

**Време за работа 4 часа.**

*Драги кандидат-студенти,*

- *номерируйте всички страници на беловата си;*
- *решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;*
- *черновата не се проверява и не се оценява.*

*Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!*