



СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“
ПИСМЕН КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА I

20 юни 2015 г.

ТЕМА № 2

Задача 1. Пресметнете израза:

$$A = \left(\log_{\sqrt[5]{5}} \sqrt{5} \right)^2 - \log_{\sqrt[3]{5}} 5\sqrt{5} + \log_{\sqrt{3}+1} (4 + 2\sqrt{3}).$$

Задача 2. Около окръжност с диаметър 15 е описан равнобедрен трапец с дължина на бедрото 17. Намерете дължините на основите на трапеца.

Задача 3. Да се реши системата:

$$\begin{cases} xy + x + y = 19 \\ x^2y + xy^2 = 84 \end{cases}.$$

Задача 4. Върху продължението на хипотенузата AB на правоъгълен триъгълник ABC е взета точка D , така че $BD = BC$ и B е между A и D . Намерете дължината на CD , ако $AC = 24$ и $BC = 7$.

Задача 5. Разполагаме с три разноцветни зарчета. Каква е вероятността сборът от точките върху трите зарчета при произволно хвърляне да е 7?

Задача 6. Нека a и b са положителни числа, такива че a^2 е средно аритметично на b^2 и $(a+b)^2$. Да се намери стойността на $\frac{a}{b}$.

Задача 7. Дължините на отсечките, съединяващи петите на височините в остроъгълен триъгълник, са 8, 15 и 17. Намерете радиуса на описаната около дадения триъгълник окръжност.

Задача 8. Уравнението $x^2 + 2ax + 4a = 0$ има реални корени x_1 и x_2 . Намерете най-голямата стойност на израза $S = |x_1| + |x_2|$, при условие, че параметърът a принадлежи на множеството от решения на неравенството $|a| \leq 2$.

Време за работа 4 часа.

Драги кандидат-студенти,

- номерирайте всички страници на беловата си;
- означавайте ясно началото и края на решението на всяка отделна задача;
- решението на всяка задача трябва да започва на нова страница;
- не смесвайте белова и чернова;
- черновата не се проверява и не се оценява.

Изпитната комисия ви пожелава успешна работа!