

Времето за решаване е 120 минути.**Организаторите Ви пожелават успех!****ПЪРВА ЧАСТ**

Всяка задача има само един верен. “Друг отговор ” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. Задачите се оценяват с по 2 точки:

1зад. Броят на различните цели числа, които са решенията на неравенството $\frac{(x-1)(3-x)}{x(x-4)} \geq 0$, е равен на:

- а) 1; б) 2; в) 3; г) друг отговор

2зад. Стойността на израза $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2008}+\sqrt{2009}}$ е равна на:

- а) 1 б) $1-\sqrt{2009}$ в) -1 г) друг отговор

3зад. Ако $A = \frac{10^{2007}+1}{10^{2008}+1}$ и $B = \frac{10^{2008}+1}{10^{2009}+1}$, то:

- а) $A < B$ б) $A = B$ в) $A > B$ г) не могат да се сравнят

4зад. Решенията на неравенството $|x^2 - 5x| < 6$ са:

- а) $(-1;2) \cup (3;6)$ б) $[-1;6]$ в) $[-3;5] \cup [6;8]$ г) друг отговор

5зад. За системата $\begin{cases} x^2y + xy^2 = 20 \\ x^3 + y^3 = 65 \end{cases}$ стойността на xy е:

- а) 1 б) 4 в) 3 г) друг отговор

6зад. Ако $x_1 < x_2$ са корените на уравнението $\sqrt{\frac{x+2}{3x+1}} + \sqrt{\frac{3x+1}{x+2}} = \frac{5}{2}$, то $x_1 - x_2$ е равно на:

- а) $-\frac{5}{11}$ б) $-7\frac{2}{11}$ в) $-6\frac{9}{11}$ г) друг отговор

7зад. Ако в правоъгълен триъгълник медиана с дължина m дели правия ъгъл в отношение 1:2, то лицето на триъгълника е равно на:

- а) $2m^2$ б) $\frac{m^2\sqrt{3}}{2}$ в) $m^2\sqrt{3}$ г) друг отговор

8зад. Ако за $\triangle ABC$ $\angle C = 105^\circ$, $\angle A = 45^\circ$ и височината към BC е равна на 3 см, то дължината на страната AB е равна на:

- а) $6\sqrt{2}$ б) $6\sqrt{3}$ в) $3\sqrt{2}$ г) друг отговор

9зад. В $\triangle ABC$ точката M е средата на страната AB , точката N е средата на CM , $CP = \frac{2}{5}CA$ ($P \in AC$) и

$CQ = \frac{1}{3}CB$ ($Q \in BC$). Ако лицето на $\triangle CPN$ е 12 cm^2 , то лицето на $\triangle BQN$ е равно на:

- а) 10 cm^2 б) 20 cm^2 в) 30 cm^2 г) друг отговор

10зад. Ако за $\triangle ABC$ ($CA = CB = 1$) AL , BE и CF са ъглополовящи и точките E , F , L и C лежат на една окръжност, то дължината на страната AB е равна на:

- а) $0,5(\sqrt{17}-1)$ б) $\sqrt{17}-1$ в) $0,5(\sqrt{17}+1)$ г) друг отговор

11зад. Ако $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$, то стойността на израза $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$ е равна на:

- а) $\frac{3}{5}$ б) $-\frac{1}{5}$ в) $-\frac{7}{25}$ г) друг отговор

12зад. Ако $\angle BAD = 60^\circ$ в успоредника $ABCD$ и окръжността с радиус R , минаваща през върховете A , B и D разполовява страната CD , то лицето на успоредника е равно на:

- а) R^2 б) $2R^2\sqrt{3}$ в) $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$ г) друг отговор

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се напише.

Задачите се оценяват с по 3 точки:

13зад. Да се намерят всички цели стойности на параметъра k , за които уравнението $\frac{1}{2}kx^2 - 10x + 2k = 0$ има за корен естествено число.

Отговор:

14зад. Решете уравнението $3\log_8(x+1) = 8 + 3\log_{x+1} 8$

Отговор:

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише подробно решението.

Задачите се оценяват с по 10 точки:

15зад. а) Дадено е, че $\frac{x^2}{4} + \frac{9}{x^2} = k$. Да се намерят стойностите на k , за които $\frac{x}{2} - \frac{3}{x} = 0$.

б) Да се реши уравнението $\frac{x^2}{2} + \frac{18}{x^2} = 7\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{x}\right)$

16зад. Ъглите α, β, γ на $\triangle ABC$, взети в този ред, образуват аритметична прогресия. Да се намерят ъглите на триъгълника, ако $\cos \alpha + \operatorname{tg} \beta + \sin \gamma = \frac{3\sqrt{3}}{2} + 1$.

17зад. В $\triangle ABC$ точка M е среда на страната AB , точките P и Q лежат на страната BC и са такива, че $BP = PQ = QC$ и $\angle PMQ = \angle AMQ + \angle BMP$.

а) Да се докаже, че $BC = 3AC$

б) Ако четириъгълникът $AMQC$ е вписан в окръжност, да се намери отношението $\frac{MP}{MQ}$.