

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент: Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор. “Друг отговор” се приема за решение само при отбелязан верен резултат. 15 тестови задачи са разделени на групи по трудности: от 1 до 5 се оценяват с по 3 точки; от 6 до 10 – с по 5 точки и от 11 до 15 – с по 7 точки.

Организаторите Ви пожелават успех!

- Изразът $(x+1)(x+2)(x-1)(x-2)$ е тъждествен на :
 а) $x^4 - 1$; б) $x^4 - 5x^2 + 4$; в) $2x^4 - 5x^2 - 4$; г) друг отговор.
- Корените на уравнението $\frac{x}{x-3} + \frac{9}{x^2 - 9x + 18} = \frac{2}{x-6}$ са:
 а) 5 и 3; б) 3; в) 5; г) друг отговор.
- Трапец е вписан и описан във и около окръжност. Ако едно от бедрата му е 10, а основите се отнасят както 2:3, то голямата основа е :
 а) 6; б) 10; в) 12; г) друг отговор.
- В $\triangle ABC$ точка G е медицентър, а M , K и P са среди на отсечките AG , BG и CG . Ако периметърът на MKP е 8, то периметърът на ABC е:
 а) 16; б) 12; в) 24; г) друг отговор.
- Четириъгълник $ABCD$ е вписан в окръжност с диаметър AC . Точка B е среда на дъгата AC , а дъгите AD и DC се отнасят, както 1:2. Острият ъгъл между диагоналите AC и BD е:
 а) 45° ; б) 60° ; в) 75° ; г) 80° .
- Стойностите на x , за които изразът $\frac{1}{x-3} + \sqrt{\frac{2-x}{x^2-4x+4}}$ е дефиниран са:
 а) $x \neq 2, 3$; б) $x < 2$; в) $x \leq 2$; г) $x \geq 2$.
- Нека $a \neq 0$, x_1 и x_2 са корени на $x^2 - 8x + 2a = 0$, стойността на $x_1^2 + x_2^2$ е:
 а) $\frac{4}{a}$; б) 64; в) $\frac{64}{a^2} - 4a^2$; г) друг отговор.
- Корените на уравнението $(x^2 - 81)\sqrt{2-x} = 0$ са:
 а) ± 9 и 2; б) 9 и 2; в) -9 и 2; г) друг отговор.
- В четириъгълника $ABCD$ точките M , N , P и Q са среди на страните AB , BC , CD и DA . Ако $MN = 2$, $MQ = 5$ и $AC \perp BD$, то лицето на $ABCD$ е:
 а) 10; б) 15; в) 40; г) друг отговор.
- A , B , B , G са четири града, като всеки е свързан с останалите с директен път. Временно директният път между A и G е затворен. Броят на различните маршрути от A до G , като през всеки град се минава не повече от един път, по време на ремонта е:
 а) 2; б) 3; в) 4; г) 8.
- Реалните числа x и y са решения на системата $\begin{cases} x+y=7 \\ xy=4 \end{cases}$, стойността на $x^3y + xy^3$ е:
 а) $\frac{7+\sqrt{33}}{2}$; б) $\frac{7-\sqrt{33}}{2}$; в) $33\sqrt{33}$; г) друг отговор.
- Броят на целите стойности на n , за които $\frac{1}{n-1} + \frac{4n-9}{n^2+3n-4}$ приема цели стойности е:
 а) 3; б) 4; в) безброй много; г) няма такива.
- В $\triangle ABC$ точка M е среда на BC , а K и P са от AB и $AP = PK = KB$. Ако лицето на KPM е S , то лицето на $\triangle ABC$ е:
 а) $4S$; б) $6S$; в) $8S$; г) друг отговор.
- Броят на диагоналите на изпъкнал 2009-ъгълник е:
 а) 2009; б) 2009.1003; в) 2009.2008; г) друг отговор.
- Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 + 2x - 7 = 0$, то стойността на израза $x_1^{2011} + 2x_1^{2010} - 7x_1^{2009} + x_2^{2011} + 2x_2^{2010} - 7x_2^{2009}$ е:
 а) $(-1 \pm \sqrt{8})^{2009}$; б) $(-1 + \sqrt{8})^{2009} + (-1 - \sqrt{8})^{2009}$; в) 2009; г) друг отговор.

Отговори и упътвания 9 клас :

1б); 2в); 3в); 4а); 5в); 6б); 7г) 64-4а; 8в); 9г) 20; 10в); 11г); 164; 12а); 13б); 14б); 15г) 0

Зад 2: Корени са 5 и 3, но само 5 е от дефиниционната област.

Зад 3: От свойството на вписан и на описан трапец $\Rightarrow$ трапеца е равнобедрен и сборът на основите ($2x$ и $3x$) е равен на сбора от бедрата. $2x + 3x = 20 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow$ голямата основа е 12.

Зад 4: $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ с коефициент 1:2.

Зад 7: От формулите на Виет и от преобразуването $\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 64 - 4a$.

Зад 8: От очевидните корени ± 9 и 2, числото 9 не е от дефиниционната област.

Зад 9: MN и QP са средни отсечки в ABC и $ADC \Rightarrow MN$ и QP са успоредни и равни на половината от $AC \Rightarrow MNPQ$ е успоредник и $AC = 2MN = 4$. Аналогично $BD = 2QM = 10$.
 $\Rightarrow S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} = \frac{AC \cdot BO}{2} + \frac{AC \cdot DO}{2} = \frac{AC(BO + DO)}{2} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 20$.

Зад. 11: $x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = xy[(x + y)^2 - 2xy] = 4 \cdot (49 - 8) = 164$.

Зад 12: След преобразувания получаваме $\frac{1}{n-1} + \frac{4n-9}{n^2+3n-4} = \frac{5}{n+4} \Rightarrow (n+4)$ трябва да е целочислен делител на 5 $\Rightarrow (n+4) \in \{-5; -1; 1; 5\} \Rightarrow n \in \{-9; -5; -3; 1\}$, но $n \neq 1 \Rightarrow n \in \{-9; -5; -3\}$.

Зад 13: $S_{KBM} = S_{PKM} = S$ (обща височина). Аналогично получаваме $S_{PCM} = S_{PMB} = 2S$ и $S_{ABC} : S_{PBC} = AB : BP = 3 : 2 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{3}{2} S_{PBC} = \frac{3}{2} \cdot 4S = 6S$.

Зад 14: Нека разгледаме всички отсечки с краища n точки в общо положение. Първия край избираме по n различни начина, а втория по $n-1$ (от останалите точки) $\Rightarrow$ общия брой отсечки е $\frac{n(n-1)}{2}$ от тях изваждаме n отсечки (страни) и за диагоналите остават $\frac{n(n-3)}{2}$.

Зад 15: Преобразуваме изразът $x_1^{2011} + 2x_1^{2010} - 7x_1^{2009} + x_2^{2011} + 2x_2^{2010} - 7x_2^{2009} =$
 $= x_1^{2009}(x_1^2 + 2x_1 - 7) + x_2^{2009}(x_2^2 + 2x_2 - 7) = x_1^{2009} \cdot 0 + x_2^{2009} \cdot 0 = 0$