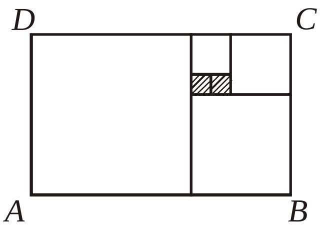
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА – ОБЛАСТЕН КРЪГ (25.02.2013 г.)

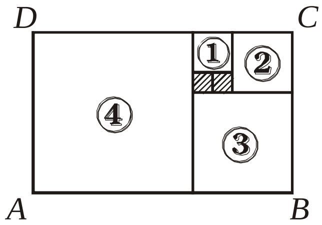
Задача 4.1. Утроените години на Живко, събрани с тези на по-малката му сестра Габриела, дават 20. На колко години е всеки от тях?

Решение: Годините на Живко са най-много 6, защото $3.7=21>20$. **(3 т.)** От друга страна, не е възможно Живко да е на по-малко от 6 години **(3 т.)** (заедно с обосновката за това), защото, ако например е на 5 години, то тогава $3.5=15$ и Габриела трябва да е на $20-15=5$ години. Това противоречи на условието, че Габриела по-малка от брат си. Следователно Живко е точно на 6 години. Сега $3.6=18$ и $20-18=2$, т.е. Габриела е на 2 години **(1 т.)**.

Забележка: Само за посочен верен отговор на задачата се присъжда **(1 т.)**.



Задача 4.2. Правоъгълникът *ABCD* е разделен на 6 квадрата, както е показано. Да се намери обиколката на *ABCD*, ако обиколката на правоъгълника, образуван от двата защриховани най-малки квадрата, е 54 см.



Решение: Тъй като обиколката на правоъгълника, образуван от двата защриховани най-малки квадрата, е 6 пъти по-голяма от обиколката на един защрихован квадрат, то дължината на страната на всеки от най-малките квадрати е $54:6=9$ см. **(1 т.)** Да номерираме останалите квадрати, както е показано на чертежа. Така страната на квадрат № 1 е $9\,\text{см}+9\,\text{см}=18\,\text{см}$ **(1 т.)**, страната на квадрат № 2 е $9\,\text{см}+18\,\text{см}=27\,\text{см}$ **(1 т.)**, страната на квадрат № 3 е $18\,\text{см}+27\,\text{см}=45\,\text{см}$ **(1 т.)**, а страната на квадрат № 4 е $27\,\text{см}+45\,\text{см}=72\,\text{см}$ **(1 т.)**. Следователно $AB=72\,\text{см}+45\,\text{см}=117\,\text{см}$ **(1 т.)** и обиколката на правоъгълника *ABCD* е $2.117+2.72=378$, т. е. $378\,\text{см}$. **(1 т.)**

Задача 4.3. Един ден учителят по математика г-н Иванов влязъл в час с една много дебела книга. Учениците се поинтересували каква е тази книга и той им обяснил, че е математическа енциклопедия. Те били очаровани и го попитали колко страници има книгата. Г-н Иванов отговорил, че могат сами да се опитат да пресметнат и добавил, че за номерирането на всички страници са били използвани общо 6945 цифри. Намерете колко страници има енциклопедията, ако е известно, че номерирането започва с 1.

Решение: Броят на всички едноцифрени числа без нулата е 9 **(1 т.)**. Двуцифрените числа са 90, а трицифрените – 900 **(1 т.)**. Броят на цифрите, срещащи се в едноцифрените, двуцифрените и трицифрените числа, е

$$9+90.2+900.3=9+180+2700=2889 \text{ (1 т.)}.$$

Тъй като числото 2889 е по-малко от 6945, то книгата има страници, номерирани с четирицифрени числа **(1 т.)**. Но $6945-2889=4056$ цифри **(1 т.)** и $4056:4=1014$ е броят на използваните четирицифрени числа **(1 т.)**. Следователно математическата енциклопедия е имала $9+90+900+1014=2013$ страници **(1 т.)**.

Задача 5.1. Числото $A=2013{,}397313...$ има 33 цифри. При това всяка цифра след десетичната запетая е цифрата на единиците на произведението от предхождащите я две цифри.

а) Коя е цифрата на 29-а позиция след десетичната запетая?

б) Колко пъти цифрата 3 участва в записа на *A*?

Решение: а) Верният отговор е 1. За посочването му **(2 т.)**. Ако отговорът е обоснован или открит с непосредствени пресмятания **(1 т.)**.

б) При последователното пресмятане на цифрите след десетичната запетая на 6-а и 7-а позиция се получават тройки. Понеже в началото има две последователни тройки (единиците и десетите са тройки), цифрата на 8-а позиция ще съвпада с тази на 2-а позиция (равна е на 9). Оттук следва, че цифрата на 9-а позиция ще съвпада с тази на 3-а позиция (т.е. със 7) и т.н. По този начин установяваме, че групата от първите 6 цифри след десетичната запетая ще се повтаря, докато е възможно. **(1 т.)** Числото A има $33-4=29$ цифри след десетичната запетая. **(1 т.)** Понеже $29=4.6+5$, в числото A след десетичната запетая ще има 4 пълни групи от цифрите 397313 и една непълна от първите 5 цифри: 39731. **(1 т.)** Всяка пълна група съдържа три тройки. Така преброяваме $4.3=12$ тройки в пълните групи след десетичната запетая. Към този брой добавяме двете тройки от непълната група и още една от цялата част на A. Следователно в записа на A участват общо 15 тройки. **(1 т.)**

Пълен брой точки **(4 т.)** на подусловие б) се получават и при непосредствено вярно изписване на A и преброяване. Точки не се присъждат, ако са допуснати грешки в пресмятанията.

Задача 5.2. Аквариум има форма на правоъгълен паралелепипед, височината на който е по-малка от дължината. Ако вътрешността на аквариума е запълнена плътно с еднакви кубчета с ръб 1 дм, 6 кубчета от тях няма да се допират нито до стена, нито до дъното на аквариума.

а) Какви могат да са размерите на такъв аквариум?

б) Най-много колко рибки могат да живеят в такъв аквариум, ако водата в него може да достига не повече на $\frac{9}{10}$ от височината му, а една рибка се нуждае от поне 3 литра вода?

Решение: а) Шестте кубчета, за които става дума в условието, оформят паралелепипед. Размерите на този паралелепипед в дециметри могат да са $6\times1\times1$ или $3\times2\times1$. **(1 т.)** Размерите на аквариума се получават по следния начин: дължината и широчината са с 2 дм по-големи от съответната дължина и широчина на паралелепипеда, а височината е с 1 дм по-голяма. **(1 т.)** Понеже височината е по-малка от дължината, аквариумите, отговарящи на условието, имат размери $(\text{дължина})\times(\text{широчина})\times(\text{височина})$ в дециметри, съответно равни на:

(1) $8\times3\times2$, (2) $3\times8\times2$, (3) $5\times3\times3$, (4) $5\times4\times2$, (5) $4\times5\times2$. **(2 т.)**

б) От намерените размери в а) следва, че най-много рибки ще се съберат в аквариумите (1) и (2), понеже в тях може да се налее най-много вода. **(1 т.)** Водата, която може да се налее в тези два аквариума, е $8.3.(2.0,9)$ литра. **(1 т.)** Тази вода е достатъчна за не повече от $8.3.(2.0,9):3=8.(2.0,9)=14,4$ рибки.

Отговор: 14 рибки. **(1 т.)**

Задача 5.3. В квадратна кутия има места за 64 бонбона, разположени в 8 реда и 8 колонки.

а) Можете ли така да подредите 32 бонбона в кутията, че във всяка колонка да има по 4 бонбона и да няма два реда с равен брой бонбони?

б) Предложете начин, по който квадратна кутия с 20 реда и 20 колонки може да се подреди с бонбони по следния начин: във всяка колонка да има точно по 10 бонбона и да няма два реда с равен брой бонбони.

Решение: а) Отговор: да.

Ето едно примерно разположение на бонбоните. **(5 т.)**

Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б
	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б
Б							
		Б	Б	Б	Б	Б	Б
Б	Б						
			Б	Б	Б	Б	Б
Б	Б	Б					

б) *Стратегия за пълнене на кутията от подусловие а)*. Групираме редовете по два и се стремим да подредим бонбоните така, че всяка двойка редове да съдържа точно по един бонбон във всяка колонка. Така си гарантираме по 4 бонбона в колонка, понеже двойките редове са 4. Ясно е, че бонбоните в двойка редове трябва да са точно 8. Остава да си осигурим във всеки ред да има различен брой бонбони. Това може да стане по следния начин. Първоначално във всяка двойка единият ред е празен, а другият е пълен. Първата двойка не пипаме. Във втората двойка преместваме един бонбон от пълния ред на съответното място в празния. Така по-пълният ред съдържа 7 бонбона, а по-празният съдържа 1. В третата двойка преместваме два бонбона от пълния ред на съответните места в празния, като по този начин си осигуряваме редове с 6 и 2 бонбона. В последната двойка местим 3 бонбона по указания начин и си осигуряваме редове с 5 и 3 бонбона. (Ред с 4 бонбона няма.)

Тази стратегия се пренася непосредствено и в случая на кутия $n \times n$. **(2 т.)**

Задача 6.1. Намерете неизвестните числа x и y от равенствата:

$$3^{40} : x - \left|27^{13} - 9^{19}\right| = 81^{10} - \left(8^{27} + \left|2^{81} - 3^{54}\right|\right) : 3^{15},$$

$$2013 : \left(2013 - 2013.y\right) = 4027.$$

Сравнете числата x и $\dfrac{1}{y}$.

Решение: За първото равенство най-напред пресмятаме:

$$27^{13} - 9^{19} = 3^{39} - 3^{38} > 0 \Rightarrow \left|27^{13} - 9^{19}\right| = 27^{13} - 9^{19}. \text{ (1) } \mathbf{(1\ т.)}$$

$$2^{81} - 3^{54} = 8^{27} - 9^{27} < 0 \Rightarrow \left|2^{81} - 3^{54}\right| = 3^{54} - 8^{27}. \text{ (2) } \mathbf{(1\ т.)}$$

Като заместим (1) и (2) в равенството, получаваме последователно:

$$3^{40} : x - 27^{13} + 9^{19} = 9^{20} - \left(8^{27} + 3^{54} - 8^{27}\right) : 3^{15} \Leftrightarrow 3^{40} : x - 3^{39} + 9^{19} = 9^{20} - \frac{3^{54}}{3^{15}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3^{40} : x - 3^{39} + 9^{19} = 9^{20} - 3^{39} \Leftrightarrow 3^{40} : x + 9^{19} = 9^{20} \Leftrightarrow 9^{20} : x = 9^{20} - 9^{19}.$$

Оттук $x = \dfrac{9^{20}}{9^{20} - 9^{19}} = \dfrac{9^{20}}{9^{19}.(9-1)} = \dfrac{9^{20}}{9^{19}.8}$ или $x = \dfrac{9}{8}$. **(2 т.)**

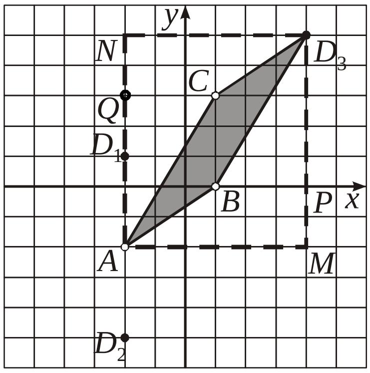
От второто равенство намираме:

$$2013 : \left(2013 - 2013.y\right) = 4027 \Leftrightarrow 2013 - 2013.y = \frac{2013}{4027} \Leftrightarrow 2013.y = 2013 - \frac{2013}{4027} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2013.y = 2013.\left(1 - \frac{1}{4027}\right), \text{ откъдето } y = 1 - \frac{1}{4027} = \frac{4026}{4027}. \mathbf{(2\ т.)}$$

И така $x = \frac{9}{8} = 1 + \frac{1}{8}$, а $\frac{1}{y} = \frac{4027}{4026} = 1 + \frac{1}{4026}$. Получаваме $x > \frac{1}{y}$, защото $\frac{1}{8} > \frac{1}{4026}$. **(1 т.)**

Задача 6.2. В координатна система с единична отсечка 1 см са дадени точките $A(-2;-2)$, $B(1;0)$ и $C(1;3)$. Намерете точка D в равнината, която заедно с дадените три точки образува успоредник. Колко такива точки има? Намерете лицата на успоредниците.



Решение: За всяка от трите отсечки, определени от трите дадени точки, съществува успоредник със страна тази отсечка и противоположна страна с дължина, равна на дължината на отсечката, успоредна на отсечката и с край в третия връх. Така получаваме четвъртия връх на съответния успоредник, т.е. трите точки $D_1(-2;1)$ **(1 т.)**, $D_2(-2;-5)$ **(1 т.)** и $D_3(4;5)$ **(1 т.)**. Лесно се вижда, че $S_{ABCD_1} = S_{AD_2BC} = 3.3 = 9$ кв. см. **(2 т.)** За S_{ABD_3C} имаме:

$$S_{ABD_3C} = S_{AMD_3N} - \left(S_{AMPB} + S_{BPD_3} + S_{D_3NQC} + S_{AQC}\right) = 42 - (9 + 7,5 + 9 + 7,5) = 9,$$

т.е. $S_{ABD_3C} = 9$ кв. см. **(2 т.)** Лицата могат да се пресметнат и с формула на Пик.

Задача 6.3. В първия ред на таблица с три колони са записани съответно три цели числа a, b и c. Под тях на втория ред са записани числата $a_1 = a - b, b_1 = b - c$ и $c_1 = c - a$. По същия начи на третия ред са записани разликите $a_2 = a_1 - b_1, b_2 = b_1 - c_1$ и $c_2 = c_1 - a_1$, и т.н. Да се намери възможно най-големият номер на ред, в който числото 2013 може да се появи при подходящ избор на първоначалните числа.

Решение:

Първи ред	a	b	c
Втори ред	$a-b$	$b-c$	$c-a$
Трети ред	$a-2b+c$	$b-2c+a$	$c-2a+b$
Четвърти ред	$-3b+3c$	$-3c+3a$	$-3a+3b$
Пети ред	$-3b+6c-3a$	$-3c+6a-3b$	$-3a+6b-3c$
Шести ред	$9c-9a$	$9a-9b$	$9b-9c$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

Попълване на няколко реда на таблицата (поне четири): **(2 т.)**.

Числото 2013 не може да се появи след петия ред, защото на шестия ред всички числа се делят на 9, което означава, че на всеки следващ ред числата ще продължат да се делят на 9. В същото време 2013 не се дели на 9. **(2 т.)**

Ако изберем числата $a = 0, b = -671, c = 0$, то числата на петия ред са 2013, 2013, –4026. **(3 т.)**

Задача 7.1. Естественото число m е разлика на два квадрата, ако съществуват естествени числа n и k така, че $m = n^2 - k^2$. Пример на такова число е 9, защото $9 = 25 - 16 = 5^2 - 4^2$. Ако е възможно, представете като разлика на два квадрата числото:

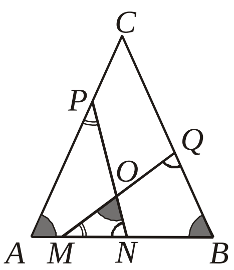
а) 99 225; б) 99 226.

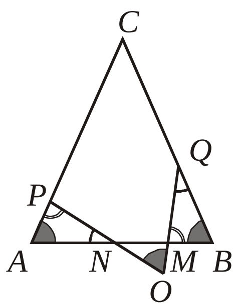
Решение: а) Ако $99\,225 = n^2 - k^2 = (n-k)(n+k)$, достатъчно е да покажем, че съществуват естествени числа n и k така, че $n-k=1$ и $n+k=99\,225$. От последните две равенства след почленно събиране намираме $2n=99\,226$, т.е. $n=49\,613$, а след почленно изваждане на първото равенство от второто – съответно $2k=99\,224$, т.е. $k=49\,612$. Следователно $99\,225=49\,613^2-49\,612^2$. **(3 т.)** Възможни са и други представяния на 99 225 като разлика на два квадрата.

б) Ако $99\,226 = n^2 - k^2 = (n-k)(n+k)$, то числото $(n-k)(n+k)$ е нечетно в случай, че n и k са с различна четност и $(n-k)(n+k)$ се дели на 4 в случай, че n и k са с еднаква четност. Тъй като числото 99 226 е четно , но не се дели на 4, то не може да се представи като разлика на два квадрата. **(4 т.)**

Задача 7.2. Даден е равнобедрен триъгълник ABC $(AC=BC)$ с $\sphericalangle ACB=30°$. Точките M и N са от основата AB, а точките P и Q са съответно от бедрата AC и BC така, че $AM+AP=BN+BQ=AB$. Да се намери ъгълът между правите PN и MQ.

Решение: От равнобедрения триъгълник ABC намираме $\sphericalangle ABC=\sphericalangle BAC=75°$. **(1 т.)** Възможни са два случая за разположението на точката M. Нека M е между A и N. От $AM+AP=AB=AM+BM$ следва, че $AP=BM$. **(1 т.)** Аналогично от $AN+BN=AB=BN+BQ$ следва, че $AN=BQ$. **(1 т.)** Тогава $\Delta ANP \cong \Delta BQM$ по първи признак. **(1 т.)** Оттук $\sphericalangle APN=\sphericalangle BMQ$ и $\sphericalangle ANP=\sphericalangle BQM$. **(1 т.)** Сега от ΔMON намираме $\sphericalangle MON=180°-(\sphericalangle MNO+\sphericalangle NMO)=180°-(\sphericalangle APN+\sphericalangle ANP)=\sphericalangle BAC=75°$. **(1 т.)** По същия начин се разглежда и случаят, когато N е между A и M. **(1 т.)**





Задача 7.3. Дадени са 22 последователни естествени числа. Колко най-много могат да се изберат от тях така, че абсолютните стойности на разликите им по двойки да са различни?

Решение: Нека a_1, a_2, …, a_7 са 7 от дадените числа. Броят на двойките между тях е $\frac{7.6}{2}=21$, а абсолютните стойности на възможните разлики са числата 1, 2, 3, …, 21. Ако седемте числа изпълняват условието на задачата, то със сигурност е в сила равенството:

$$1+2+\dots+21=|a_1-a_2|+|a_1-a_3|+\dots+|a_1-a_7|+$$
$$+|a_2-a_3|+\dots+|a_2-a_7|+$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Като разкрием абсолютните стойности, всяко от числата a_1, a_2, …, a_7 ще се появи точно по 6 пъти със знак "+" или знак "–". След съответно съкращаване всяко от числата ще остане с един и същ знак и сборът на оставащите представители ще бъде четен (възможно и нула). Заключаваме, че сборът на всички числа, оставащи вдясно на горното равенство, е четно число (като сума на четни) и това е противоречие, защото сумата вляво $1+2+...+21=\frac{(1+21)\cdot 21}{2}=11\cdot 21$ е нечетна. Следователно търсеният брой ненадминава 6. **(4 т.)** (**(1 т.)**, ако е разгледан само очевидният случай на 8 числа, при който всевъзможните двойки са $\frac{8.7}{2}=28$, а разликите са 21.)

Да означим дадените 22 числа с $n_1<n_2<n_3<...<n_{22}$. Непосредствено се проверява, че числата n_1, n_2, n_4, n_8, n_{13} и n_{21} (които са точно 6 на брой) изпълняват условието на задачата. Проверката се извършва най-лесно, ако се вземе предвид, че дадените числа са последователни и като ги транслираме наляво, можем да считаме, че са първите 22 естествени числа, т.е. достатъчно е да се извърши проверка с числата 1, 2, 4 , 8, 13 и 21. **(3 т.)** При липса на проверка се отнема **(1 т.)**, т.е. с **(3 т.)** се оценява посочването на пример заедно с проверката, че примерът е работещ.

Задача 8.1. Дадена е функцията $f(x)=|2x-3|-2x$.

а) Да се намерят стойностите на x, за които $f(x)=-3$.

б) Да се реши уравнението $f(x)=a$, където a е реален параметър.

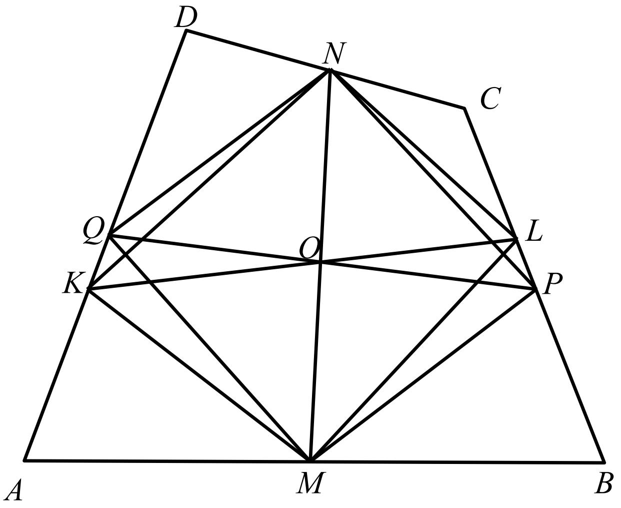
Решение: а) Тъй като $|2x-3|=2x-3$ при $x\geq\frac{3}{2}$ и $|2x-3|=3-2x$ при $x<\frac{3}{2}$, то $f(x)=-3$ при $x\geq\frac{3}{2}$ **(1 т.)** и $f(x)=-4x+3$ при $x<\frac{3}{2}$ **(1 т.)**, т.е. $f(x)=\begin{cases}-4x+3 & \text{при } x<\frac{3}{2}\\ -3 & \text{при } x\geq\frac{3}{2}\end{cases}$.

Заключаваме, че $f(x)=-3$ при $x\geq\frac{3}{2}$. **(1 т.)**

б) Имаме $-4x+3=a\Rightarrow x=\frac{3-a}{4}$. От $\frac{3-a}{4}<\frac{3}{2}\Rightarrow a>-3$. **(1 т.)**

Следователно при $a<-3$ уравнението $f(x)=a$ няма решение. **(1 т.)** При $a=-3$ решение е всяко $x\geq\frac{3}{2}$ **(1 т.)** и при $a>-3$ решението е $x=\frac{3-a}{4}$. **(1 т.)**

Задача 8.2. Даден е изпъкнал четириъгълник $ABCD$. Нека точките M и N са съответно средите на страните AB и CD, а точките K и L са съответно от страните AD и BC. Да се пресметне дължината на отсечката LC, ако $AK=8$, $KD=10$, $BL=11$ и четириъгълникът $KMLN$ е успоредник.



Решение: От условието е ясно, че K не е среда на AD ($AK=8\neq 10=KD$). Нека точките Q и P са съответно средите на страните AD и BC. От теоремата на Вариньон следва, че четириъгълникът $MPNQ$ е успоредник **(1 т.)**. Но $KMLN$ е също успоредник (по условие). Във всеки успоредник диагоналите се разполовяват от пресечната им точка (в случая O) **(1 т.)**. Оттук следва еднаквостта на триъгълниците KOQ и LOP по първи признак **(1 т.)**. В частност следва равенство на $\sphericalangle OKQ$ и $\sphericalangle OLP$. Но тогава $AD \parallel BC$. **(1 т.)** Излиза, че четириъгълниците $ABLK$ и $LCDK$ са трапеци **(1 т.)** и са изпълнени равенствата $AK + BL = 2MO = 2ON = KD + CL$ (MO и ON са средни основи в трапеците) **(1 т.)**. Сега лесно намираме, че $LC = 9$. **(1 т.)**

Задача 8.3. Нека T е множеството на едноцифрените, двуцифрените и трицифрените неотрицателни цели числа. Всеки елемент на T може да се запише във вида $\overline{abc}$, където a, b и c са цифри от 0 до 9 включително. Елементите на T ще наричаме кодове. Ако R е произволен код, с евентуално разместване на цифрите му образуваме възможно най-големия код $M(R) \in T$ и възможно най-малкия код $m(R) \in T$. Нека $R_1 = M(R) - m(R)$ и $R_k = M(R_{k-1}) - m(R_{k-1})$ за всяко $k = 2, 3, \ldots$ Да се намери най-малкото естествено число n, при което от всяко $n-$елементно подмножество на T могат да се изберат два различни кода P и Q, за които съществува k така, че P_k и Q_k се делят на 5.

Решение: Нека $R = \overline{abc}$ е код. Без ограничение можем да считаме, че $a \ge b \ge c$. Да предположим, че R е с поне две различни цифри. Тогава $a \ne c$. Имаме:

$$R_1 = M(R) - m(R) = \overline{abc} - \overline{cba} = (100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 99(a - c).$$

Поради споменатите неравенства $a - c$ е някоя от цифрите от 1 до 9. Във всеки от тези случаи за R_1 получаваме съответно $99.1 = 99 = 099$, $99.2 = 198$, $99.3 = 297$, $99.4 = 396$, $99.5 = 495$, $99.6 = 594$, $99.7 = 693$, $99.8 = 792$ и $99.9 = 891$. Най-големите кодове, които могат да се получат с цифрите на всеки от изброените кодове, са съответно: 990, 981, 972, 963, 954, 954, 963, 972 и 981. Да изключим повтарящите се и да въведем означенията $A = 990$, $B = 981$, $C = 972$, $D = 963$ и $E = 954$. За по-нататъшните преобразувания на R_1 получаваме една от следните възможности: $A_1 = 990 - 099 = 891$, $B_1 = 981 - 189 = 792$, $C_1 = 972 - 279 = 693$, $D_1 = 963 - 369 = 594$ и $E_1 = 954 - 459 = 495$. **(2 т.)** Забелязваме, че $A_2 = B_1$, $B_2 = C_1$, $C_2 = D_1$, $D_2 = E_1$ и $E_2 = E_1$. **(1 т.)** Така заключаваме, че тръгвайки от R, най-много след 6 стъпки преобразуванията се стабилизират в E_1. **(1 т.)** Следователно, ако от T изберем седем кода, всеки от които има най-много две еднакви цифри, два от тях със сигурност ще се преобразуват в $E_1 = 495$ след еднакъв брой стъпки k $(1 \le k \le 6)$. **(1 т.)** Тъй като $E_1 = 495$ се дели на 5, в този случай получаваме, че $n = 7$. **(1 т.)**

Нека сега $R = \overline{aaa}$, т.е. всички цифри на R са еднакви. Имаме $R_1 = 0 = 000$. След произволен брой стъпки кодът R_1 се преобразува отново в 0 и R_k се дели на 5 за всяко $k \ge 1$. Следователно, ако в най-лошия случай изберем шест кода от T, които се преобразуват в $E_1 = 495$ след различен брой стъпки, както и кода $R = \overline{aaa}$, можем да вземем k да бъде всяко от числа 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Комбинацията на R с всеки от избраните шест кода образува двойка, която след еднакъв брой стъпки k $(1 \le k \le 6)$ се преобразува в двойка, елементите на която се делят едновременно на 5. **(1 т.)** Ако случаят 000 е изпуснат, се отнема **(1 т.)**. Така и в този случай $n = 7$, което е отговорът на задачата.

Задачите са предложени, както следва:

4.1. – Живко Желев; 4.2. – Теодоси Витанов; 4.3. – Живко Желев

5.1. – Ирина Шаркова; 5.2. – Борислав Лазаров; 5.3. – Емил Карлов

6.1. – Емил Стоянов; 6.2. – Теодоси Витанов; 6.3. – Иван Ангелов

7.1. – Веселин Ненков и Сава Гроздев; 7.2. – Теодоси Витанов; 7.3. – Веселин Ненков и Сава Гроздев

8.1. – Теодоси Витанов; 8.2. – Емил Стоянов; 8.3. – Веселин Ненков и Сава Гроздев